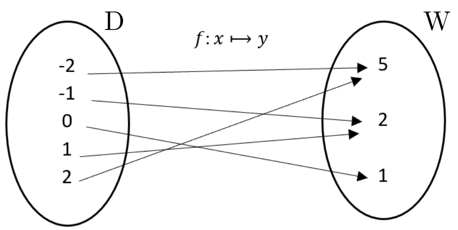
Funktionen



Eine Zuordnung, bei der jedem x-Wert genau ein y-Wert zugeordnet wird, heißt **Funktion**.

Wichtige Begriffe: im obigen Bsp.

Definitionsmenge D: Alle möglichen x-Werte $D_f = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

Wertemenge W: Alle auftretenden y-Werte (Funktionswerte) $W_f = \{5, 2, 1\}$

Darstellungsarten von Funktionen

Beispiel: $f: x \mapsto x^2 + 1$

1) Funktionsterm

$f(x) = x^2 + 1$

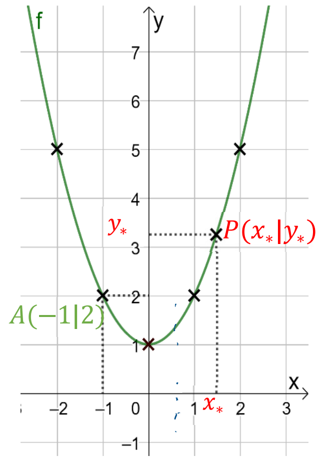
Funktionswert (y-Wert) berechnen:

$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$

2) Wertetabelle

x	-2	-1	0	1	2	x_*
$f(x)$	5	2	1	2	5	y_*

3) Funktionsgraph



Lineare Funktionen

Funktionsgraph: Gerade
Funktionsterm: $f(x) = mx + t$

Steigung y-Achsenabschnitt

t gibt an, wo der Graph die y-Achse schneidet.

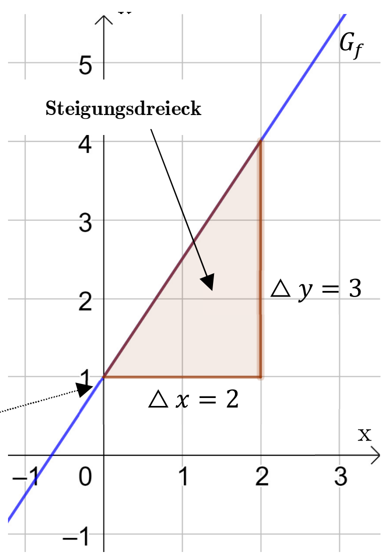
$m = \frac{\text{Höhenunterschied}}{\text{waagrechter Unterschied}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Ist m positiv, dann steigt G_f.
(Verlauf von links unten nach rechts oben)
Ist m negativ, dann fällt G_f.

Im Beispiel:

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{2}$ und $t = 1$

also gilt: $f(x) = \frac{3}{2}x + 1$



Direkte Proportionalität (Spezialfall einer linearen Funktion; $t = 0$)

Eine Funktion $x \mapsto m \cdot x$ heißt **direkte Proportionalität** ($m \neq 0$). Ihr Graph ist eine Ursprungsgerade. m heißt **Proportionalitätsfaktor**.

Erkennungsmerkmale einer direkten Proportionalität:

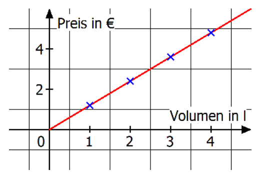
Beispiel: f: *Volumen Milch in l* $\longmapsto$ *Preis in €* (*bei einem Literpreis von* 1,2 €)

Quotientengleichheit

Volumen in l	1	2	3	4
Preis in €	1,2	2,4	3,6	4,8
Quotient $\frac{y}{x}$	$\frac{1,2}{1}$	$\frac{2,4}{2} = 1,2$	$\frac{3,6}{3} = 1,2$	$\frac{4,8}{4} = 1,2$

Es ist eine direkte Proportionalität, da … alle Wertepaare quotientengleich sind.

Graph



oder: …der Graph eine Ursprungsgerade ist.

Funktionsterm

$f(x) = 1,2 \cdot x$

oder: …der Funktionsterm die Struktur $m \cdot x$ hat.

Lineare Ungleichungen

Verbindet man zwei lineare Terme durch ein Ungleichheitszeichen ($<, \leq, >, \geq$), spricht man von einer **linearen Ungleichung**.

Lineare Ungleichungen werden quasi wie lineare Gleichungen gelöst (vgl. GW7):

<u>Besonderheit:</u>

- Die Lösungsmenge ist ein Intervall und wird in Intervallschreibweise angegeben.
- Werden beide Seiten mit einer negativen Zahl multipliziert oder dividiert kehrt sich das Ungleichheitszeichen um (vergleiche: $8 > 4, aber -8 < -4$).

<u>Beispiel:</u>

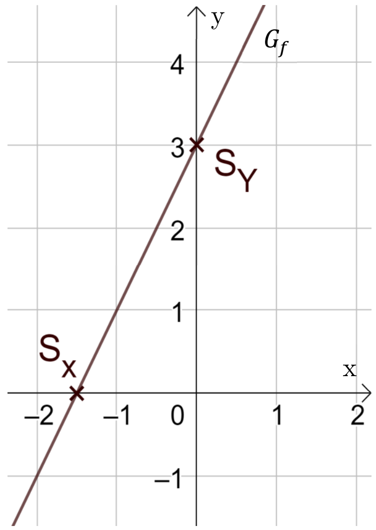
$-3x + 1 \leq 7 \qquad | -1$

$-3x \leq 6 \qquad |: (-3) \qquad$ Lösungsmenge:

$x \geq -2 \qquad L = [-2; +\infty[$

Funktionsuntersuchungen 1 - Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen

Gegeben: $f : x \mapsto 2x + 3$



<u>Schnittpunkt mit der x- Achse</u>

- Funktionsterm gleich Null setzen:
  $f(x) = 0$
- entstandene Gleichung lösen
  $2x + 3 = 0$
  $x = -\frac{3}{2} \quad \rightarrow S_x(-\frac{3}{2}|0)$

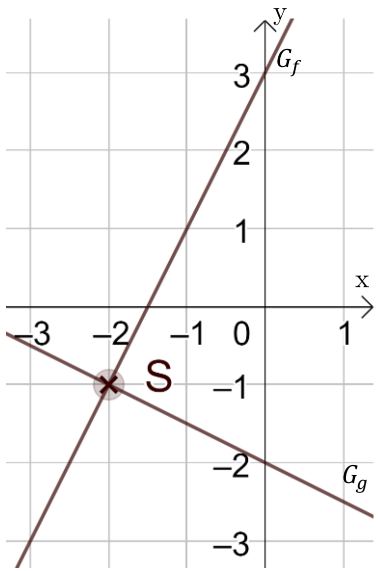
<u>Schnittpunkt mit der y-Achse</u>

Null in den Funktionsterm einsetzen

$y = f(0) = 2 \cdot 0 + 3 = 3 \rightarrow S_y(0|3)$

Funktionsuntersuchungen 2 - Schnittpunkt zweier Funktionsgraphen

geg.: $f(x) = 2x + 3$ und $g(x) = -\frac{1}{2}x - 2$

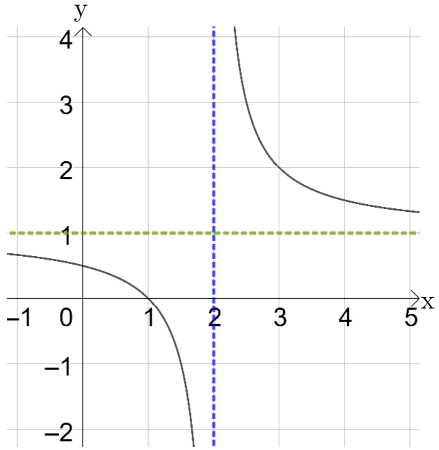


- Setze die Funktionsterme gleich:
  $2x + 3 = -\frac{1}{2}x - 2$
- Löse die entstandene Gleichung
  (Die Lösung ist die x-Koordinate des Schnittpunkts)
  $x = -2$
- Setze die x-Koordinate in einen der beiden Funktionsterme ein, um die y-Koordinate zu erhalten.
  $y = f(-2) = -1$
  $\rightarrow S(-2|-1)$

Elementare gebrochen-rationale Funktionen

<u>Allgemeine Form:</u> $\boxed{x \mapsto \frac{a}{x+b} + c}$ Definitionsmenge: $D = \mathbb{Q} \setminus \{-b\}$ („Q ohne -b“)

<u>Form des Funktionsgraphen:</u> **Hyperbel**



<u>Besonderheiten:</u>

G_f nähert sich den Geraden $y = c$ und $x = -b$ beliebig nahe an.

$y = c$ heißt **waagrechte Asymptote**

$x = -b$ heißt **senkrechte Asymptote**

<u>Beispiel</u> ($a = 1, b = -2; c = 1$)

$f(x) = \frac{1}{x-2} + 1 \qquad D = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$

waagrechte Asymptote: $y = 1$

senkrechte Asymptote: $x = 2$

Die Grundfunktion $x \mapsto \frac{1}{x}$

Wertetabelle:

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	n.d.	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

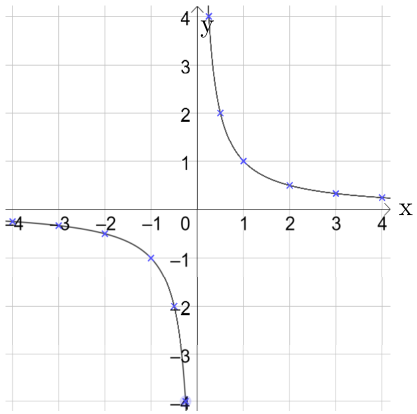
Definitionsmenge: $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

Asymptoten:

waagrecht: x-Achse

senkrecht: y-Achse

Zeichnen des Graphen:
Gehe ausgehend vom Ursprung $\frac{1}{4}$ nach rechts und 4 nach oben, $\frac{1}{2}$ nach rechts und 2 nach oben, 1 nach rechts und 1 nach oben, …



Von der Grundfunktion zu anderen elementar-gebrochenen Funktionen

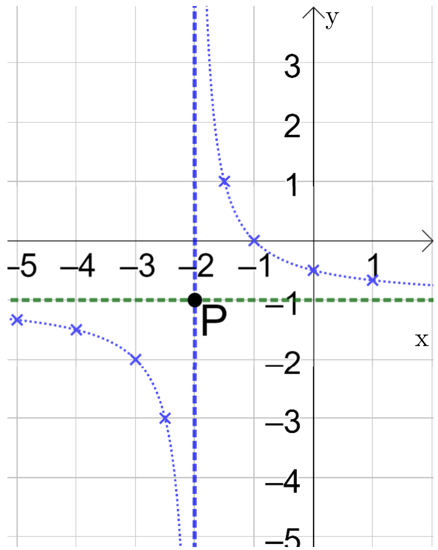
1. Fall: $a = 1$

z.B. $f(x) = \frac{1}{x+2} - 1$

Graph der Grundfunktion wird um $b = 2$ nach links und $c = -1$ nach unten verschoben.

a) Zeichne die beiden Asymptoten ein.

b) Zeichne ausgehend vom Asymptotenschnittpunkt P den Graph der Grundfunktion ein ($\frac{1}{2}$ nach rechts und 2 nach oben, 1 nach rechts und 1 nach oben, 2 nach rechts und $\frac{1}{2}$ nach oben, …)



Von der Grundfunktion zu anderen elementar-gebrochenen Funktionen

2. Fall: $a \neq 1$

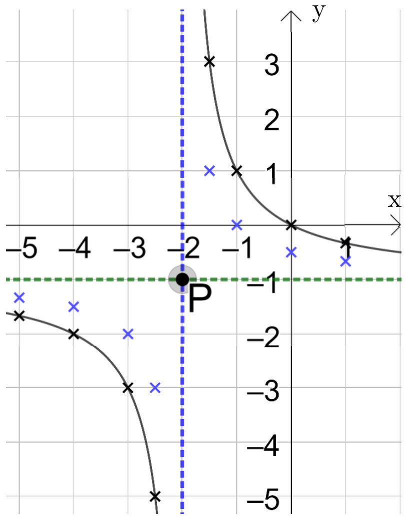
z.B. $f(x) = \frac{2}{x+2} - 1$

Gehe wie bei Fall 1 vor.

Allerdings gehst du von P aus 1 nach rechts und $a \cdot 1$ nach oben, zwei nach rechts und $a \cdot \frac{1}{2}$ nach oben, …

Im Beispiel:

1 nach rechts, $2 \cdot 1 = 2$ nach oben, 2 nach rechts $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ nach oben, …



Indirekte Proportionalität (Spezialfall; $b = c = 0$)

Eine Funktion $x \mapsto \frac{a}{x}$ $\quad D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ heißt **indirekte Proportionalität** ($a \neq 0$).

Ihr Graph ist eine Hyperbel.

Erkennungsmerkmale einer indirekten Proportionalität:

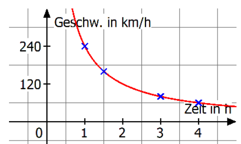
Beispiel: $f\colon \textit{Zeit in h} \mapsto \textit{Geschwindigkeit in} \frac{km}{h}$ $\quad$ (*bei einer Strecke von* 240 *km*)

Produktgleichheit

Zeit in h	1	1,5	3	4
Geschw. in $\frac{km}{h}$	240	160	80	60
Produkt $x \cdot y$	$1 \cdot 240$	$1{,}5 \cdot 160 = 240$	240	240

Es ist eine indirekte Proportionalität, da
… alle Wertepaare produktgleich sind.

Graph



oder: …der Graph eine Hyperbel ist. (schwer erkennbar!)

Funktionsterm

$f(x) = \frac{240}{x}$

oder: …der Funktionsterm die Struktur $\frac{a}{x}$ hat.

Bruchterme

Terme mit Variablen im Nenner heißen **Bruchterme.**

Bsp.: $T(x) = \frac{4}{3x+2}$

Die **Definitionsmenge D** eines Bruchterms besteht aus allen Zahlen, für die der Nenner beim Einsetzen nicht null ergibt.

$D = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{2}{3}\right\}$,

weil $3x + 2 = 0 \quad \vert -2 \quad \vert :3$

$\Leftrightarrow \quad x = -\frac{2}{3}$

Kürzen eines Bruchterms geht nur, wenn man den ganzen Zähler und Nenner durch denselben Faktor dividieren kann. Am besten erkennt man dies, wenn man Zähler und Nenner faktorisiert.

Bsp.: $\frac{6}{3x+6} = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot (x+2)} \underset{3}{=} \frac{2}{x+2}$ oder $\frac{2x^2 + 2x}{x+1} = \frac{2x \cdot (x+1)}{1 \cdot (x+1)} \underset{(x+1)}{=} \frac{2x}{1} = 2x$

Rechnen mit Bruchtermen

Addieren (bzw. **Subtrahieren):** Zuerst durch Erweitern oder Kürzen auf den Hauptnenner bringen und damit gleichnamig machen, dann Zähler plus (bzw. minus) Zähler und den gemeinsamen Nenner beibehalten.

Bsp.: a) $\frac{3}{x+3} - \frac{3x-5}{x+3} = \frac{3-(3x-5)}{x+3} = \frac{3-3x+5}{x+3} = \frac{8-3x}{x+3}$

b) $\frac{2}{x} - \frac{3}{x-1} = \frac{2}{\underbrace{x}_{\text{EF: }(x-1)}} - \frac{3}{\underbrace{x-1}_{\text{EF: }x}} = \frac{2\cdot(x-1)}{x\cdot(x-1)} - \frac{3\cdot x}{(x-1)\cdot x} = \frac{2(x-1)-3x}{x(x-1)} = \frac{2x-2-3x}{x(x-1)} = \frac{-x-2}{x(x-1)}$

Multiplizieren: Zuerst Kürzen, dann Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner

$\frac{2x+4}{x} \cdot \frac{3x}{x+2} = \frac{(2x+4)\cdot 3x}{x \cdot (x+2)} = \frac{2(x+2)\cdot 3x}{x\cdot(x+2)} \underset{(x+2)x}{=} \frac{2\cdot 3}{1} = 6$

Dividieren: Multiplizieren mit dem Kehrbruch $\frac{5}{x+1} : \frac{3}{x} = \frac{5}{x+1} \cdot \frac{x}{3} = \frac{5x}{3\cdot(x+1)}$

Bruchgleichungen

Tritt in einer Gleichung ein Bruchterm auf, so ist es eine **Bruchgleichung**.

Lösungsstrategien:

Über-Kreuz-Multiplizieren

$\frac{4}{x-3} = \frac{1}{2x}$; $\quad D = \mathbb{Q} \setminus \{3;0\}$

$4 \cdot 2x = 1 \cdot (x-3)$;

$8x = x - 3$; $\quad \vert -x \quad \vert :7$

$x = -\frac{3}{7} \in D$

$\Rightarrow L = \left\{-\frac{3}{7}\right\}$

Auf Hauptnenner bringen und Zähler vergleichen

$\frac{-0{,}4}{x+1} = \frac{2x}{5(x+1)}$; $\quad D = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$

$\frac{5 \cdot (-0{,}4)}{5 \cdot (x+1)} = \frac{2x}{5(x+1)}$;

$5 \cdot (-0{,}4) = 2x$;

$-2 = 2x$; $\quad \vert :2$

$x = -1 \notin D$

$L = \{ \}$

Beachte: Vor dem Lösen bestimmt man die Definitionsmenge und am Ende überprüft man, ob das Ergebnis zur Definitionsmenge gehört.

Potenzgesetze (siehe auch GW 6 S. 3 und GW 7 S. 1)

i) bei gleicher Basis

$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$;

$x^n : x^m = x^{n-m}$;

$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$;

ii) bei gleichem Exponenten

$(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$;

$(x : y)^n = x^n : y^n$;

$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$;

iii) beim Potenzieren von Potenzen

$(x^n)^m = x^{n \cdot m}$;

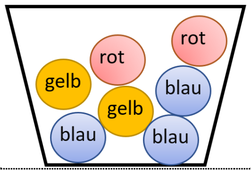
Bsp.:

a) $\left(\frac{2x}{5y}\right)^{-3} \overset{iii)}{=} \left(\left(\frac{2x}{5y}\right)^{-1}\right)^3 = \left(\frac{5y}{2x}\right)^3 \overset{ii)}{=} \frac{(5y)^3}{(2x)^3} \overset{ii)}{=} \frac{5^3 y^3}{2^3 x^3} = \frac{125y^3}{8x^3}$

b) $\frac{4a^{10}}{2a^{-6}} \underset{2}{=} \frac{2a^{10}}{a^{-6}} = 2 \cdot a^{10-(-6)} \overset{i)}{=} 2a^{16}$

c) $5a^6c^3 - \left(\frac{a^{-2}}{2c}\right)^{-3} = 5a^6c^3 - \left(\frac{2c}{a^{-2}}\right)^3 = 5a^6c^3 - \frac{8c^3}{a^{-6}} = 5a^6c^3 - 8c^3a^6 = -3a^6c^3$

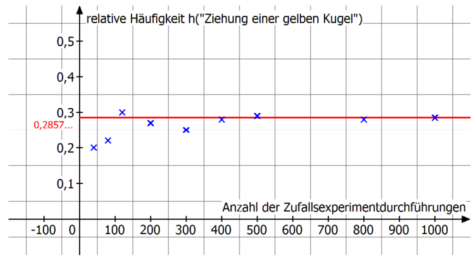
Stochastik – Begriffe

Zufallsexperimente sind Vorgänge, bei denen verschiedene Ergebnisse möglich sind, deren „Eintreffen“ aber nicht vorhersagbar ist.	Beispiel für ein Zufallsexperiment: *Einmal Ziehen aus dieser Urne.* 
Ergebnismenge Ω: Menge aller Ergebnisse	$\Omega=\{\text{blau};\text{gelb};\text{rot}\}$
Ereignisse: Teilmengen der Ergebnismenge **Elementarereignisse**: Sie bestehen nur aus einem Ergebnis.	$A=\{\text{blau};\text{rot}\}$ oder $B=\{\text{gelb};\text{rot}\}$ oder $C=\{\text{rot}\}\leftarrow$ "Elementarereignis"
Gegenereignis $\overline{A}$: Es besteht aus allen Ergebnissen, die nicht in A sind.	$\overline{A}=\{\text{gelb}\}\leftarrow$ Gegenereignis von A

Stochastik – Empirisches Gesetz der großen Zahlen

Die relative Häufigkeit eines Ereignisses E [siehe GW 6te: $h(E)=\frac{\text{H}}{\text{n}}$] stabilisiert sich bei einer sehr großen Anzahl n von Durchführungen des Zufallsexperiments. Mit diesem Wert kann man die **Wahrscheinlichkeit P(E)** des Ereignisses abschätzen.

Bsp.: Beim sehr häufigen Ziehen (mit Zurücklegen) aus einer Urne mit 2 gelben und 5 andersfarbigen Kugeln erhält man für die relative Häufigkeit des Ereignisses „Gezogene Kugel ist gelb“ immer ungefähr das Ergebnis 0,285. Dies stimmt gut mit der vermuteten Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{7}$ für dieses Ereignis überein.



Stochastik – Laplace-Experimente

Zufallsexperimente, bei denen die **Ergebnismenge Ω** aus gleich wahrscheinlichen Ergebnissen besteht, nennt man **<u>Laplace-Experimente</u>**.

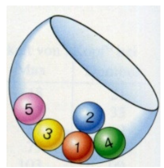
Bsp.:

	Zufallsexperiment	Ergebnismenge	Mächtigkeit	Laplace?
	Würfelwurf	$\Omega=\{1;2;3;4;5;6\}$	$\lvert\Omega\rvert=6$	Ja
	Würfelwurf	$\Omega=\{\overline{6};6\}$	$\lvert\Omega\rvert=2$	Nein
	Doppelter Würfelwurf und Betrachtung der Augensumme	$\Omega=\{2;3;4;5;...;12\}$	$\lvert\Omega\rvert=11$	Nein

Bei Laplace-Experimenten kann die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E mit der "Laplacewahrscheinlichkeitsformel" berechnet werden:

$$P(E)=\frac{|E|}{|\Omega|}=\frac{\text{"Mächtigkeit von E"}}{\text{"Mächtigkeit von }\Omega\text{"}}=\frac{\text{Anzahl der Ergebnisse, bei denen E eintritt}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Aufgabe zur Laplacewahrscheinlichkeitsformel



In einer Urne befinden sich 5 Kugeln mit den Zahlen 1 bis 5. Es wird zweimal mit Zurücklegen gezogen und die Augensumme gebildet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis E „Die Augensumme ist größer oder gleich 9“ eintritt?

ges.: $P(E)$

Lsg.: ·Ergebnismenge $\Omega=\{(1;1);(1;2);...(1;5);(2;1);...(2;5);...(5;5)\}$

Ω ist eine Laplace-Ergebnismenge und $|\Omega|=5\cdot 5=25$

·Ereignis $E=\{(4;5);(5;4);(5;5)\}\Rightarrow |E|=3$

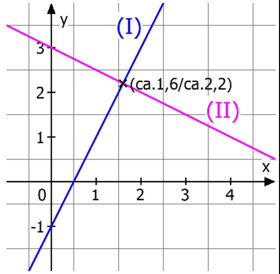
·Wahrscheinlichkeit von E: $P(E)=\frac{|E|}{|\Omega|}=\frac{3}{25}=0{,}12=12\,\%$

Vorsicht: Verwendet man die Ergebnismenge $\Omega'=\{2;3;4;5;...;10\}$ und $E'=\{9;10\}$, würde die Laplaceformel das falsche Ergebnis liefern, weil Ω' keine Laplace-Ergebnismenge ist.

Lineare Gleichungssysteme (LGS) – graphische Lösung

Bsp.: $(I)\quad -2x+y=-1 \quad \Rightarrow (I)' \quad y=2x-1$

$(II)\quad 0,5x+y=3 \quad \Rightarrow (II)' \quad y=-0,5x+3$



Jede der Gleichungen (I) und (II) hat unendlich viele Lösungen (x/y), die graphisch jeweils eine Gerade ergeben (siehe rechts).

Der gemeinsame Punkt (ca.1,6/ca.2,2) der beiden Geraden ist die gemeinsame Lösung der beiden Gleichungen (I) und (II).

Somit gilt für die Lösungsmenge des obigen linearen Gleichungssystems: $L=\{(ca.1,6\,/\,ca.2,2)\}$

Hinweis: Ein LGS kann auch *keine* oder *unendlich viele* Lösungen haben.

Lineare Gleichungssysteme (LGS) – rechnerische Lösung

Einsetzungsverfahren

Löse eine Gleichung nach einer Variablen auf und setze in die andere Gleichung ein.

$$\begin{array}{ll|l} (I) & 3x-y=5 & \\ (II) & -2x+y=4 & +2x \\ \hline (I) & 3x-y=5 & \\ (II)' & y=4+2x & \end{array}$$

y aus $(II)'$ in (I) einsetzen:

$$3x-(4+2x)=5$$
$$3x-4-2x=5 \quad |+4$$
$$x=9$$

$x=9$ in $(II)'$ einsetzen: $y=4+2\cdot 9=22$

$\Rightarrow L=\{(9\,/\,22)\}$

Gleichsetzungsverfahren

Löse beide Gleichungen nach einer Variablen auf und setze dann gleich.

$$\begin{array}{ll|l} (I) & -2x+y=-1 & +2x \\ (II) & 0,5x+y=3 & -0,5x \\ \hline (I)' & y=2x-1 & \\ (II)' & y=-0,5x+3 & \end{array}$$

Beide rechte Seiten gleichsetzen:

$$2x-1=-0,5x+3; \quad |+0,5x+1$$
$$2,5x=4; \quad |:2,5$$
$$x=1,6;$$

$x=1,6$; in $(I)'$: $y=2\cdot 1,6-1=2,2$

$\Rightarrow L=\{(1,6\,/\,2,2)\}$

Kreisformeln

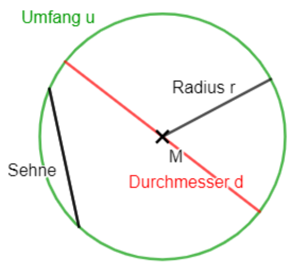
Für den Umfang u eines Kreises gilt:

$u=\pi\cdot d$ bzw.: $u=2\pi\cdot r$

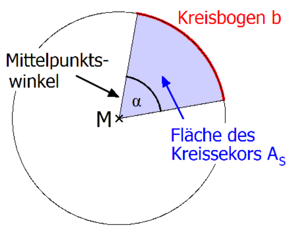
("pi mal Daumen")

Für den Flächeninhalt A eines Kreises gilt:

$A=r^2\cdot\pi$



Kreissektorformeln

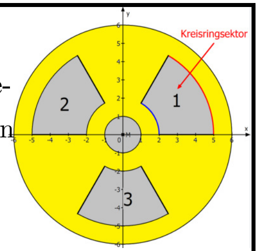


Anteil des Kreissektors am ganzen Kreis: $\frac{\alpha}{360°}$

Folgerung:

$b=\frac{\alpha}{360°}\cdot 2r\pi$ $\qquad A_S=\frac{\alpha}{360°}\cdot r^2\pi$

Aufgabe zu den Kreisformeln



Aufgabe: Das Radioaktivitätssymbol soll gemalt werden (alles in Metern). Berechne, wie viel Kontur vor dem Streichen abgeklebt werden muss und wie viel m² schwarze Farbe man benötigt.

$$l_{Kontur}=u_{\text{großer Kreis}}+3\cdot\left(\underbrace{\frac{60°}{360°}\cdot 2\cdot 5\cdot\pi}_{\text{großer Kreisbogen}}+\underbrace{\frac{60°}{360°}\cdot 2\cdot 2\cdot\pi}_{\text{kleiner Kreisbogen}}+\underbrace{2\cdot 3}_{\text{Seiten der Kreisringsektoren}}\right)+u_{\text{kleiner Kreis}}=$$

$$=2\cdot 6\cdot\pi+3\cdot\left(\frac{1}{6}\pi\cdot 14+6\right)+2\cdot 1\cdot\pi=14\cdot\pi+\frac{1}{2}\cdot 14\cdot\pi+18=$$

$$=21\cdot\pi+18\approx 84\,[\text{in } m]$$

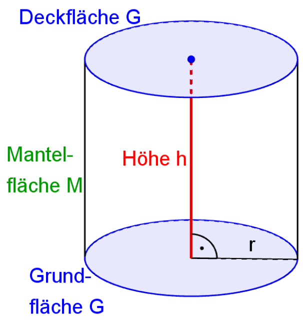
$$A_{\text{schwarz}}=A_{\text{kl.Kreis}}+3\cdot A_{\text{Kreisringsektor}}=1^2\pi+3\cdot\left(\frac{60°}{360°}\cdot 5^2\pi-\frac{60°}{360°}\cdot 2^2\pi\right)=$$

$$=1\pi+3\cdot\left(\frac{1}{6}\cdot 21\pi\right)=1\pi+10,5\pi=11,5\pi\approx 36\,[\text{in } m^2]$$

Oberflächeninhalt und Volumen eines Zylinders

Ein Zylinder ist ein Körper, dessen Grund- und Deckfläche zwei parallele, kongruente Kreise mit Radius r sind. Deren Abstand wird Höhe h genannt. Die dritte Begrenzungsfläche des Zylinders wird als Mantelfläche bezeichnet.

Die Mantelfläche M ergibt abgerollt ein Rechteck mit der Breite h (Höhe des Zylinders) und der Länge $2r\pi$ (Umfang des Grundflächenkreises).



Volumen:

$$V_{Zylinder} = G \cdot h$$
$$V_{Zylinder} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Oberfläche:

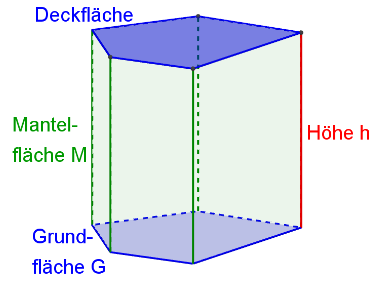
$$O_{Zylinder} = 2 \cdot G + M$$
$$O_{Zylinder} = 2 \cdot r^2\pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$$

Oberflächeninhalt und Volumen eines Prismas

Ein Körper, der von zwei parallelen und kongruenten n-Ecken als Grund- und Deckfläche sowie n Rechtecken als Seitenflächen begrenzt wird, heißt **n-seitiges Prisma**.

Der Abstand von Grund- und Deckfläche wird als Höhe h bezeichnet. Die n Rechtecke bilden die Mantelfläche M des Prismas.

Beispiel für ein 5-seitiges Prisma:



Volumen: $V_{Prisma} = G \cdot h$
"Grundfläche mal Höhe"

Oberfläche: $O_{Prisma} = 2 \cdot G + M$
"zweimal Grundfläche plus Mantelfläche"

- Diesen Grundwissenskatalog solltest du in deinen Grundwissensordner abheften.
- Der Grundwissenskatalog bietet dir eine Übersicht über die wichtigsten Themen des letzten Schuljahres.

Für die Grundwissensaufgabe in der Schulaufgabe solltest du zu den einzelnen Themen bei Bedarf noch Übungsaufgaben machen. Hierzu empfehlen wir dir die für HGF-Schüler kostenlose Lernplattform www.mathegym.de.